

Введение в техническую механику



Краткий исторический очерк

- Механика, наряду с астрономией и математикой, является одной из самых древних наук.
- Термин механика происходит от греческого слова «механе» - ухищрение, машина



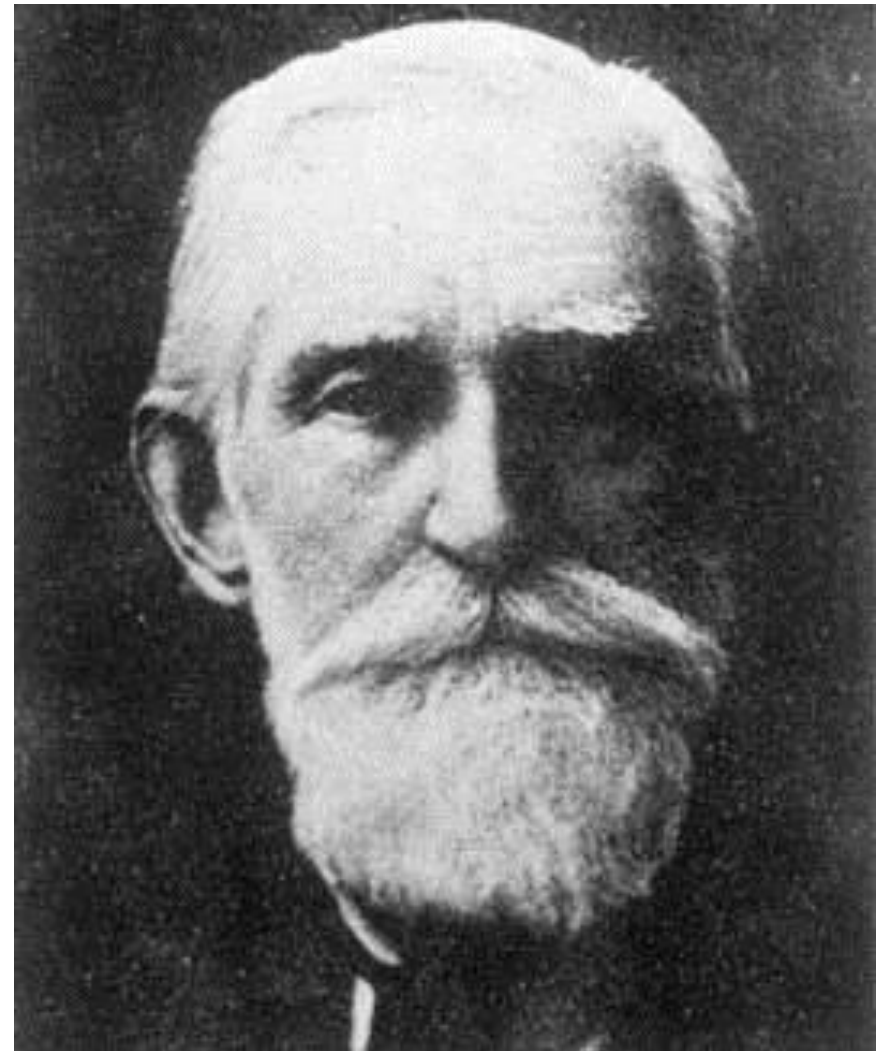
Архимед- основоположник механики как точной науки

- Архимед — величайший математик и механик древней Греции (287 – 212гг до н.э.) Архимед дал точное решение задачи о рычаге и создал учение о центре тяжести.
- Архимед совмещал гениальные теоретические открытия с замечательными изобретениями. Некоторые из них не потеряли своего значения и в наше время.



Крупнейший вклад в развитие механики внесли русские ученые

- П.Л. Чебышев (1821- 1894)- положил начало всемирно известной русской школе теории механизмов и машин.



Знаменитые русские механики

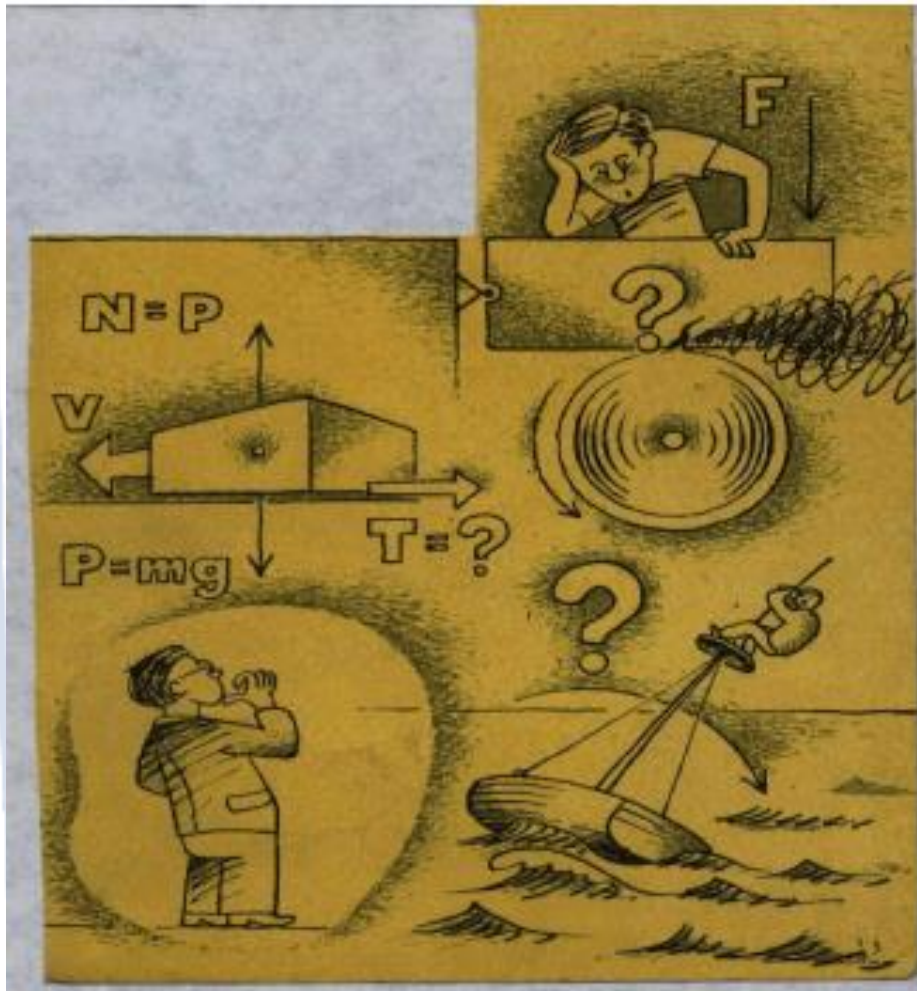
- С.А. Чаплыгин (1869- 1942). Чаплыгин разработал ряд вопросов аэродинамики, имеющих огромное значение для современной скоростной авиации.



Техническая механика

- Т.М. представляет собой комплексную дисциплину, в которой излагаются основные положения о взаимодействии твердых тел, прочности материалов и методах расчета конструктивных элементов машин и механизмов на внешние воздействия.

Разделы технической механики



- Теоретическая механика
- Сопротивление материалов
- Детали машин

Теоретическая механика

Раздел первый

Статика

Что такое статика?

- Статика это раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия абсолютно твердых тел под действием приложенных к ним сил

Основные понятия статики

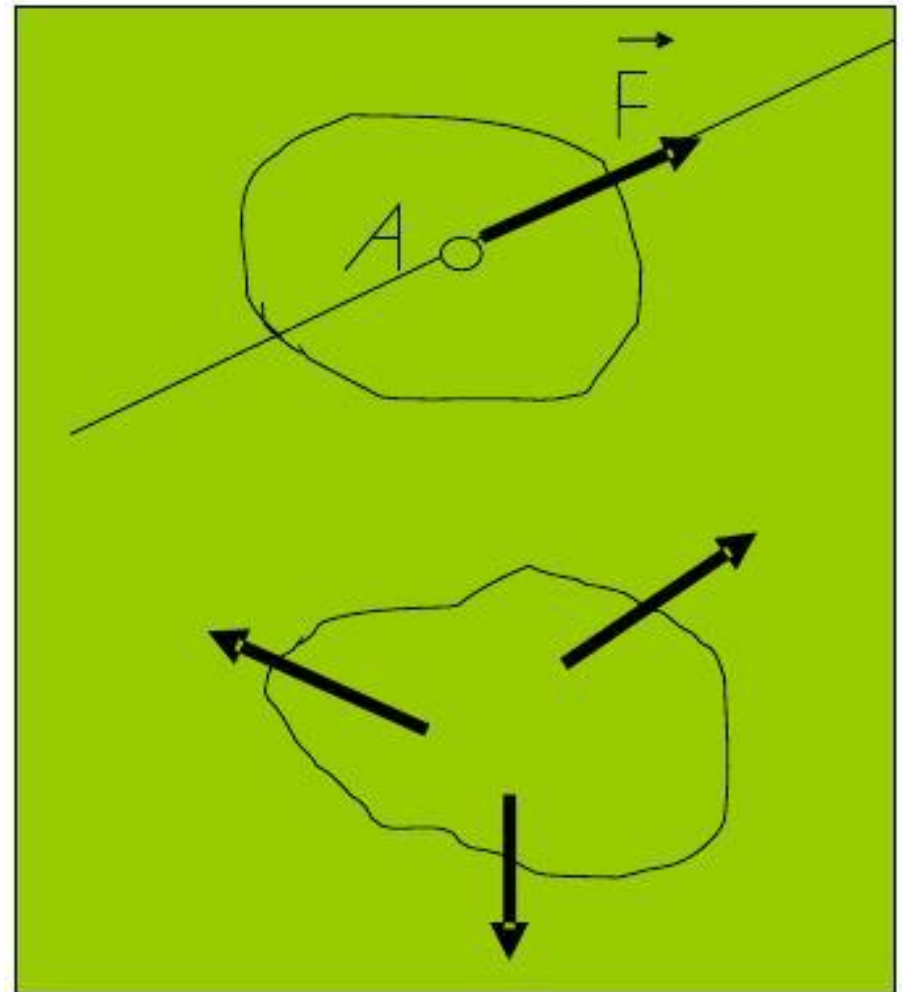
- 1. Абсолютно твердое (недеформируемое) тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остаётся постоянным.
- 2. Материальная точка – тело размерами и формой которого можно пренебречь, но обладающее массой.

Понятие силы в механике

- Ощущения, которые появляются у человека при подъеме груза, при приведении в движение окружающих тел и своего собственного тела, легли в основу понимания силы в механике.
- Иными словами – сила есть мера взаимодействия двух или нескольких тел.

СИЛА – это мера механического взаимодействия материальных тел между собой

- Сила – величина векторная так как она определяется тремя элементами:
- Численным значением;
- Направлением;
- Точкой приложения.
- Единица измерения силы – ньютон(Н).



Системой сил называется совокупность нескольких сил, действующих на данное тело.

Две системы называются **эквивалентными**, если, действуя на одно и то же твердое тело, они производят одинаковое механическое воздействие.

Силы, действующие на частицы тела со стороны других материальных тел, называются **внешними силами**. Силы, действующие на частицы данного тела со стороны других частиц этого же тела, называются **внутренними силами**.

Если под действием данной системы сил свободное тело может находиться в покое, то такая система сил называется **уравновешенной** или **системой, эквивалентной нулю**.

Если система сил эквивалента одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной точке, называется **сосредоточенной** силой. Силу, действующую на определенную часть поверхности тела, называют **распределенной**.

АКСИОМЫ СТАТИКИ

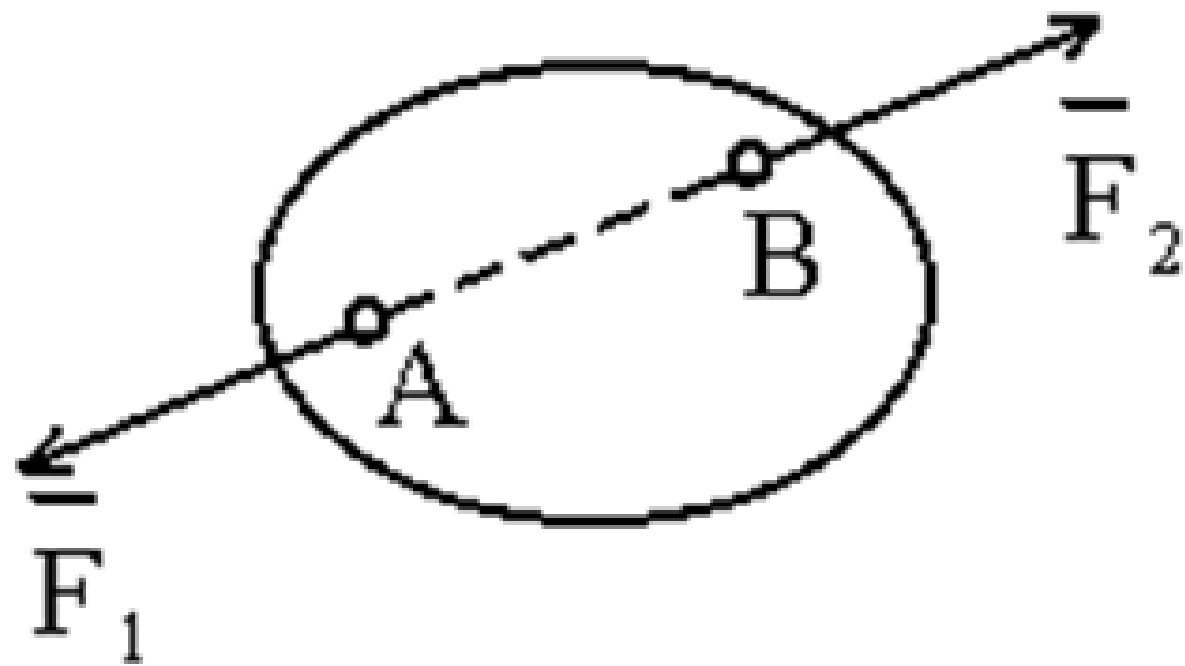
Все теоремы и уравнения статики выводятся из нескольких исходных положений, принимаемых без доказательств и являющихся обобщением опытов и наблюдений за поведением тел, находящихся в равновесии.

Эти положения, неоднократно подтвержденные практикой, называются аксиомами статики.

АКСИОМА 1

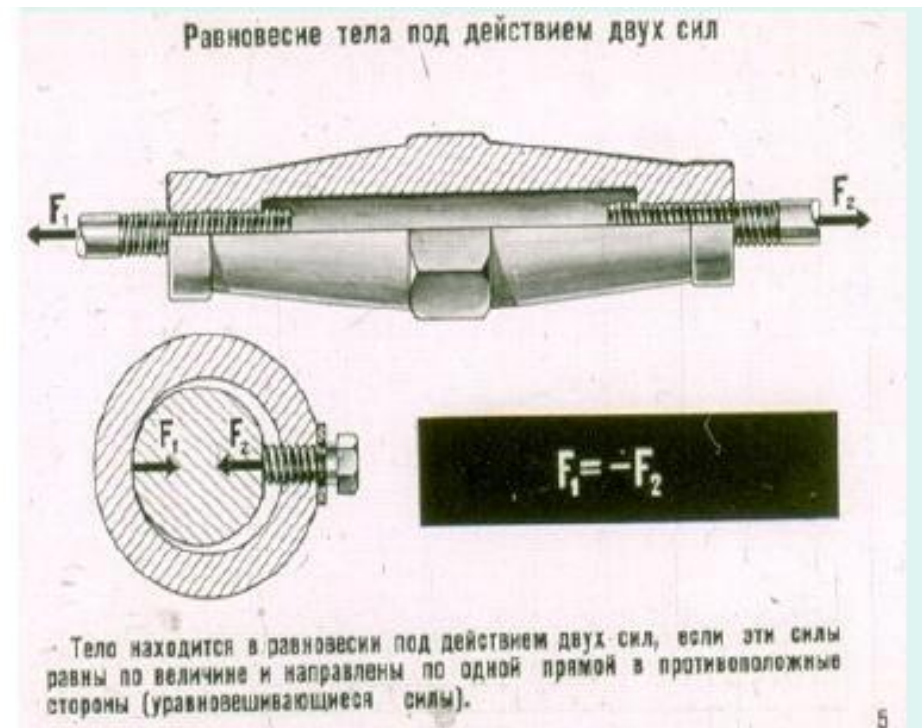


Две силы, действующие на свободное абсолютно твердое тело, находятся в равновесии тогда и только тогда, когда они равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны



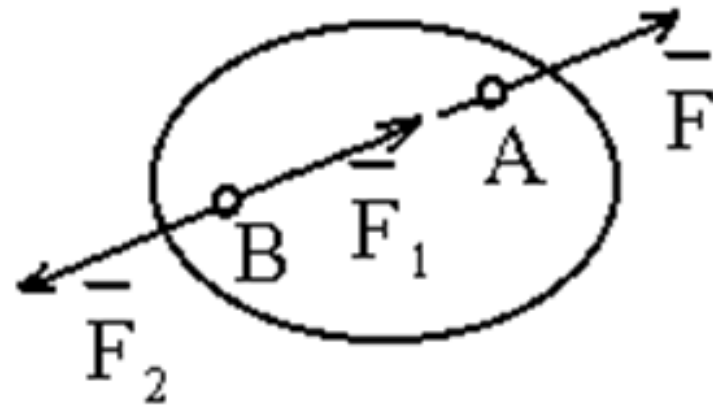
Аксиома 2

- Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил

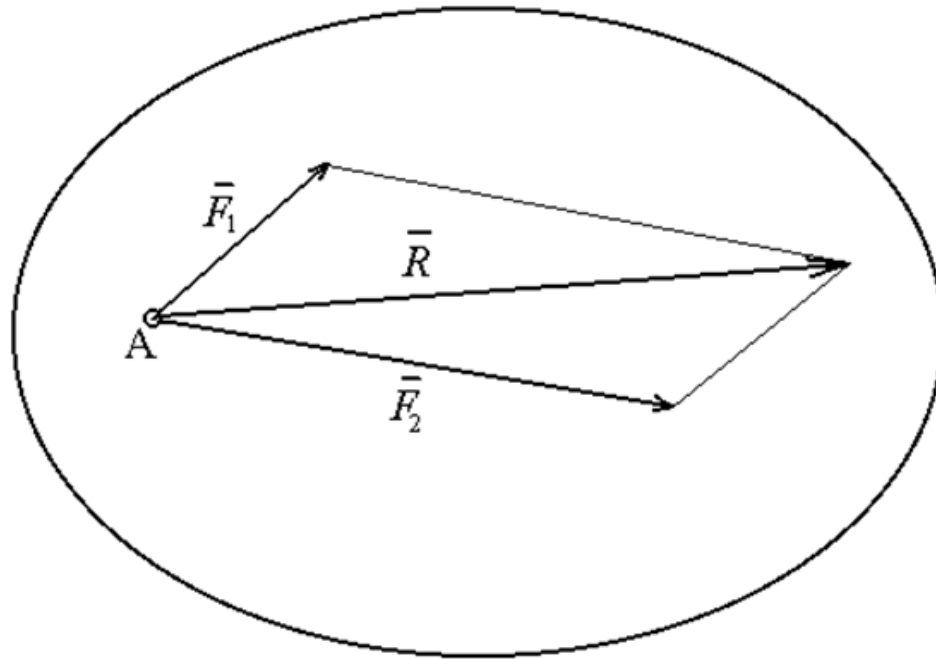


Следствие из Аксиом 1 и 2

точку приложения
силы, действующей на
абсолютно твердое
тело, можно
переносить вдоль ее
линии действия в
любую другую точку
тела



АКСИОМА 3



- Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, являющуюся диагональю параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах

АКСИОМА 4

- Два материальных тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположно направленными. Такая система сил не является уравновешенной, т.к. силы приложены к разным телам

АКСИОМА 5

- Если деформируемое тело находится в равновесии под действием данной системы сил, то равновесие не нарушится, если тела станут абсолютно твердыми (аксиома затвердевания).

Следствие из аксиомы 5

- Из аксиомы 5 следует, что это условие, являясь необходимым и для абсолютно твердого тела и для деформируемого, не является для последнего достаточным.

Связи и их реакции

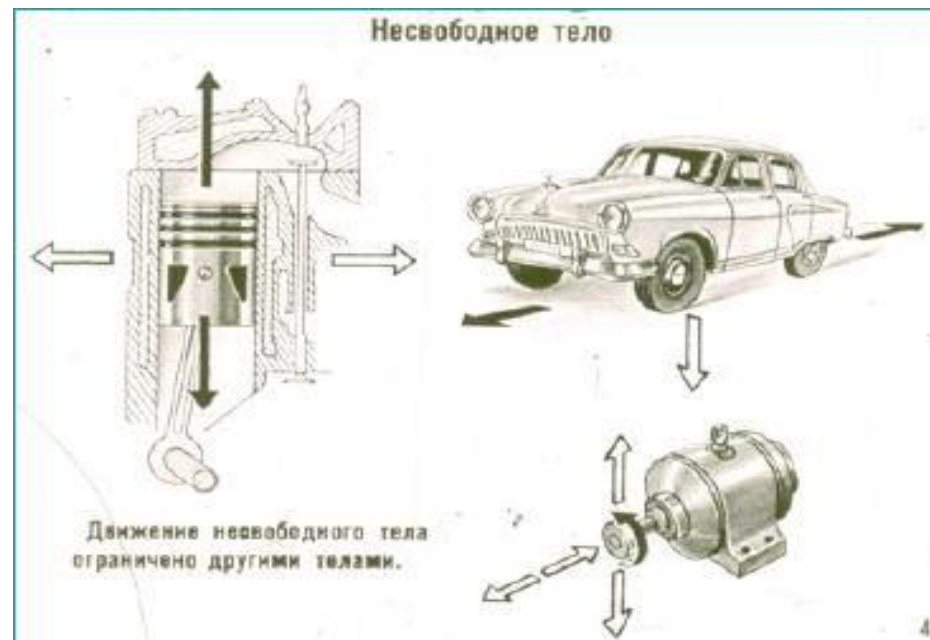


1. Аксиомы статики

Свободное тело

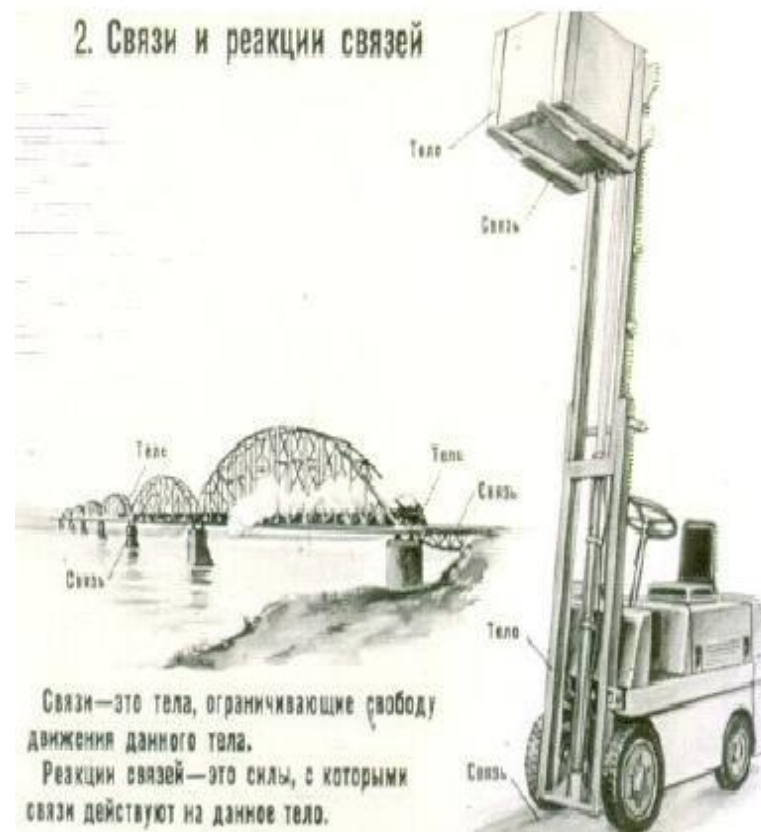
Движение свободного тела не ограничено другими телами.

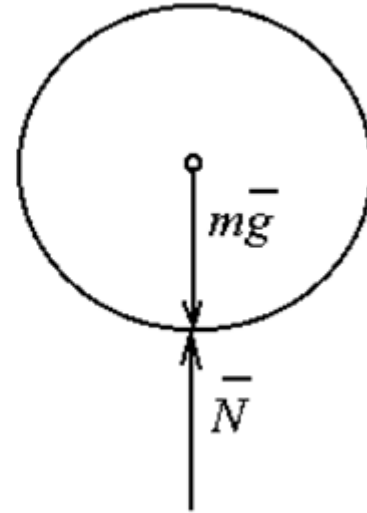
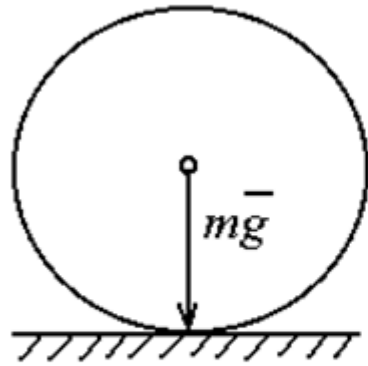
3



Связь – это тело, которое ограничивает движение других тел в пространстве.

- Тело, ограничивающее свободу движения твердого тела, является по отношению к нему связью
- Если приложенные к телу силы будут стремиться сдвинуть его по тому или иному направлению, а связь препятствует такому перемещению, то тело будет воздействовать на связь с *силой давления на связь*
- Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тому или иному перемещению, называется *силой реакции связи*.

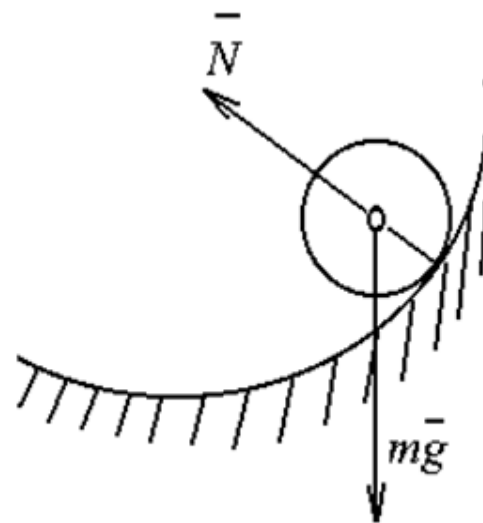
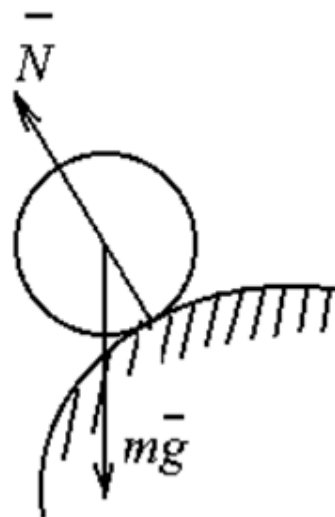




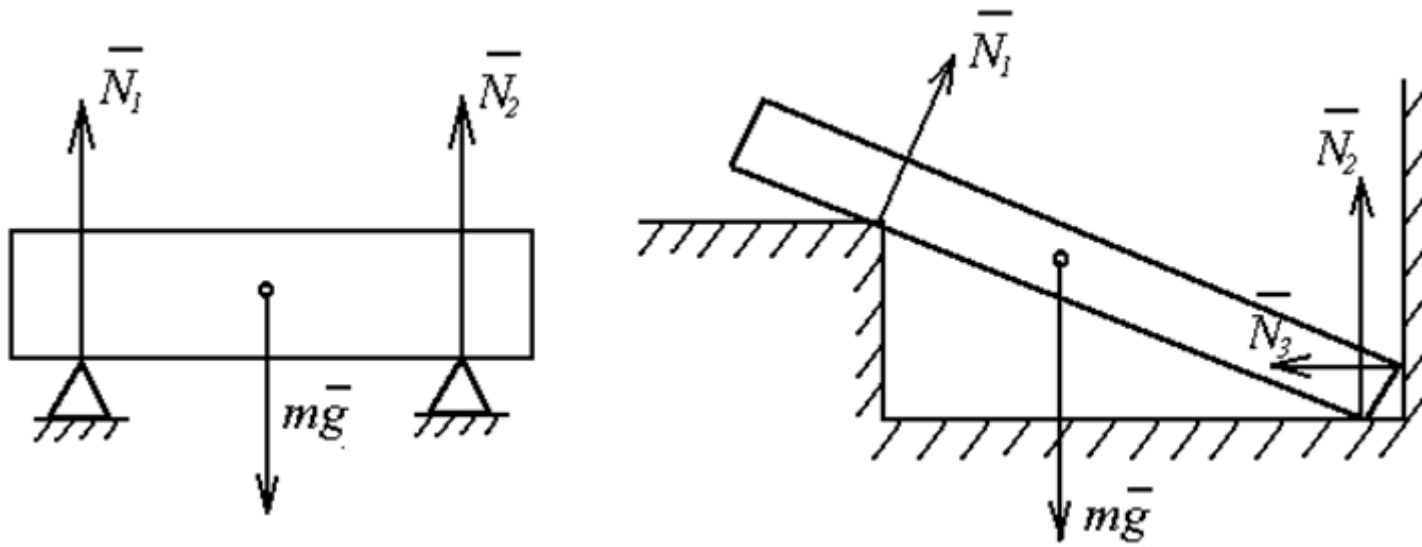
Принцип освобожденности твердого тела от связи, или **аксиома связи**: всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если мысленно отбросить наложенные на тело связи и приложить вместо них силы реакции этих связей

ГЛАДКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

- Гладкой будем называть такую поверхность, на которой в первом приближении можно пренебречь трением



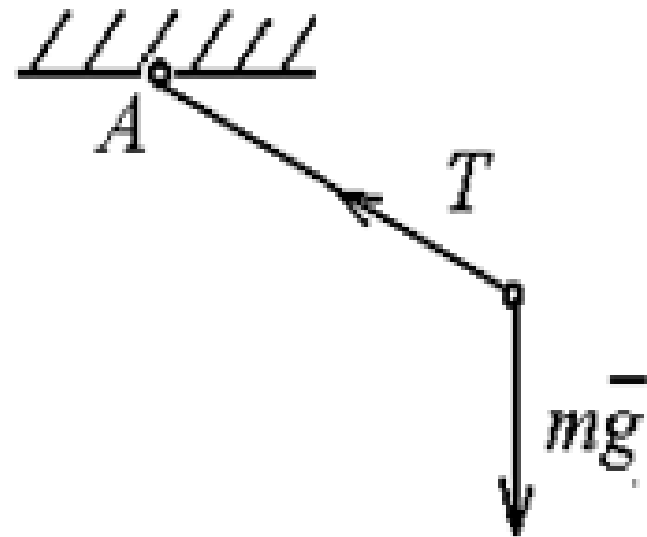
Гладкая опора



Связь, осуществленная в виде гладкой опоры, не дает телу перемещаться в направлении, перпендикулярном к поверхности тела в точке опоры

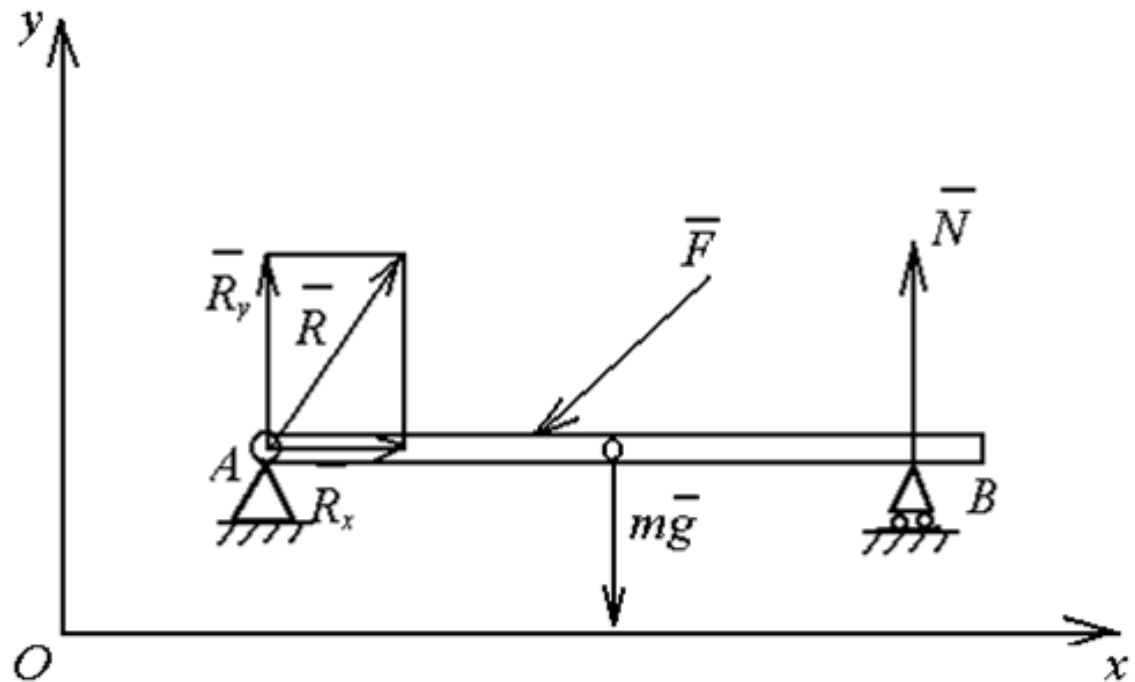
Нить

Связь,
осуществляемая в
виде гибкой нити, не
позволяет телу
удаляться от точки
привеса A , поэтому
реакция связи T
всегда направлена
вдоль нити к точке ее
закрепления



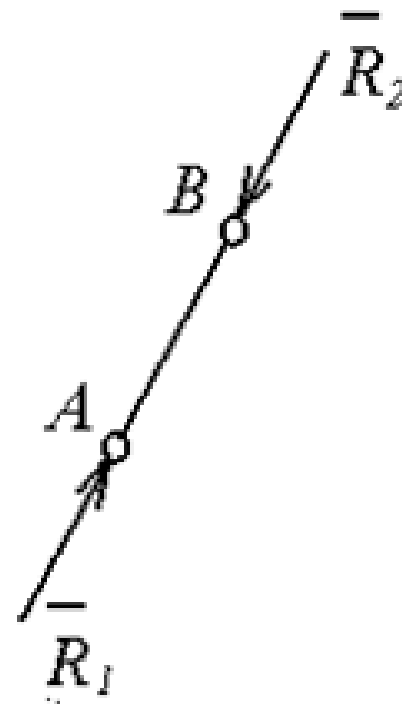
Цилиндрический шарнир

Реакция цилиндрического шарнира R расположена в плоскости, перпендикулярной оси возможного вращения, и ее направление определяют две взаимно перпендикулярные проекции на оси Ox и Oy



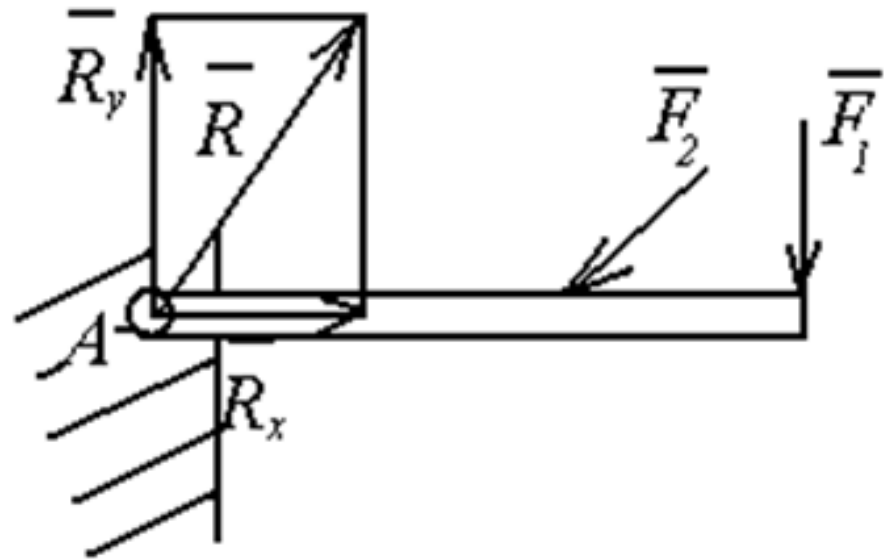
Невесомый стержень

Жесткий невесомый
(массой
пренебрегают)
стержень, шарнирно
прикрепленный к телу,
испытывает действие
только двух сил,
приложенных в
шарнирах А и В

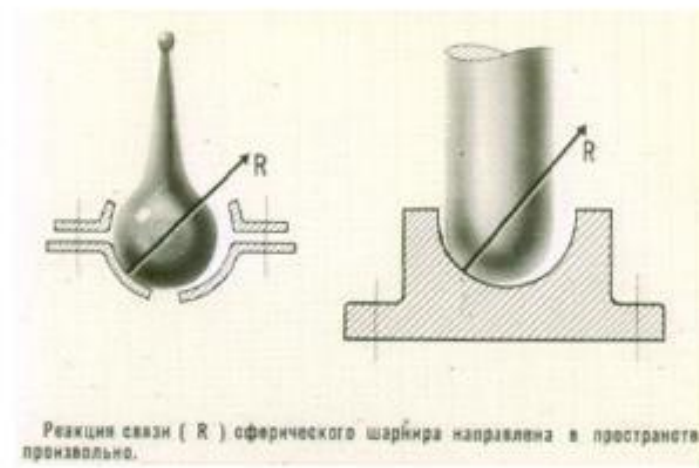
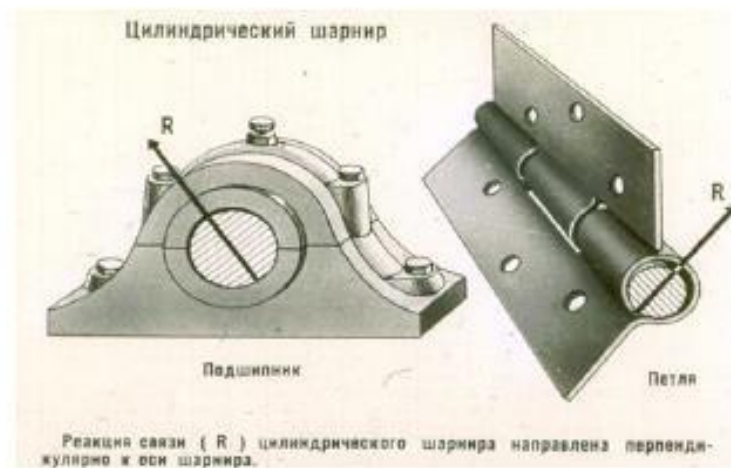


Жесткая заделка

Заделка исключает возможность любых перемещений вдоль осей Ox и Oy , а также поворот в плоскости xOy



Виды связей и реакции в них



Плоская система сил

1. Основные понятия и определения.
2. Способы сложения сходящихся сил.
3. Момент силы относительно точки.
4. Элементы теории трения.

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, называется **плоской**.

Сходящимися называются силы, линии действия которых пересекаются в одной точке

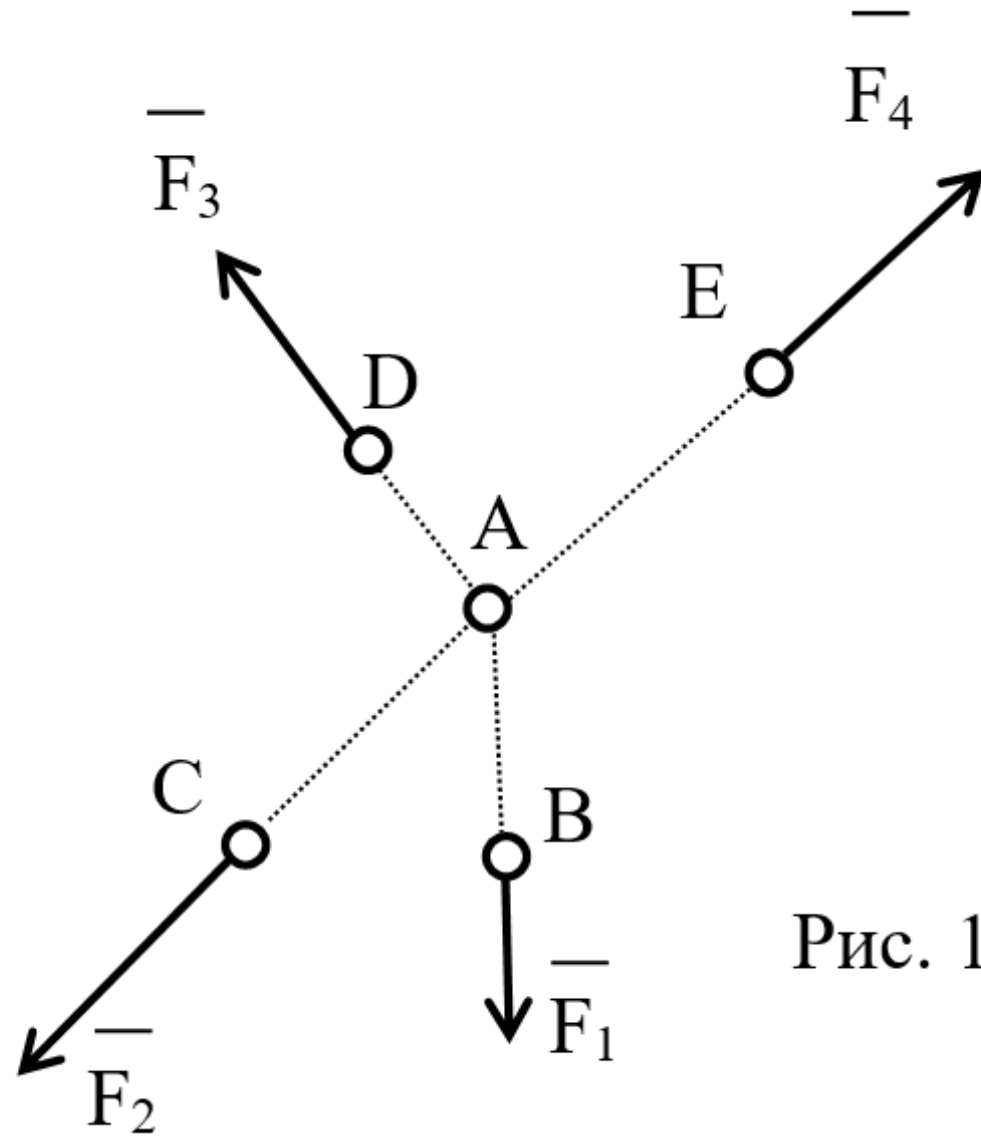


Рис. 1

Существуют два
способа сложения
пересекающихся
сил:
геометрический
(рис.2) и
аналитический
(рис.3)

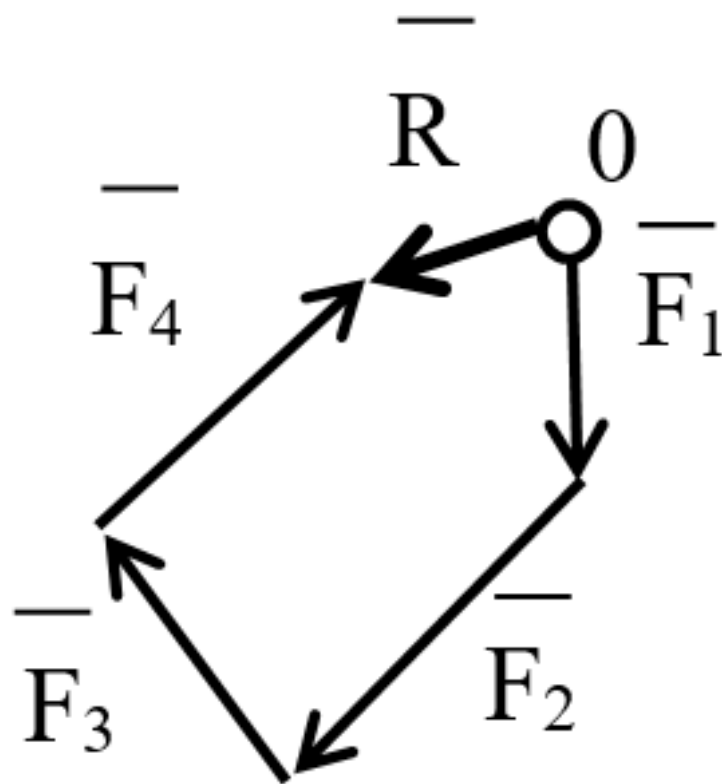


Рис. 2

**СИЛОВОЙ
МНОГОУГОЛЬНИК**

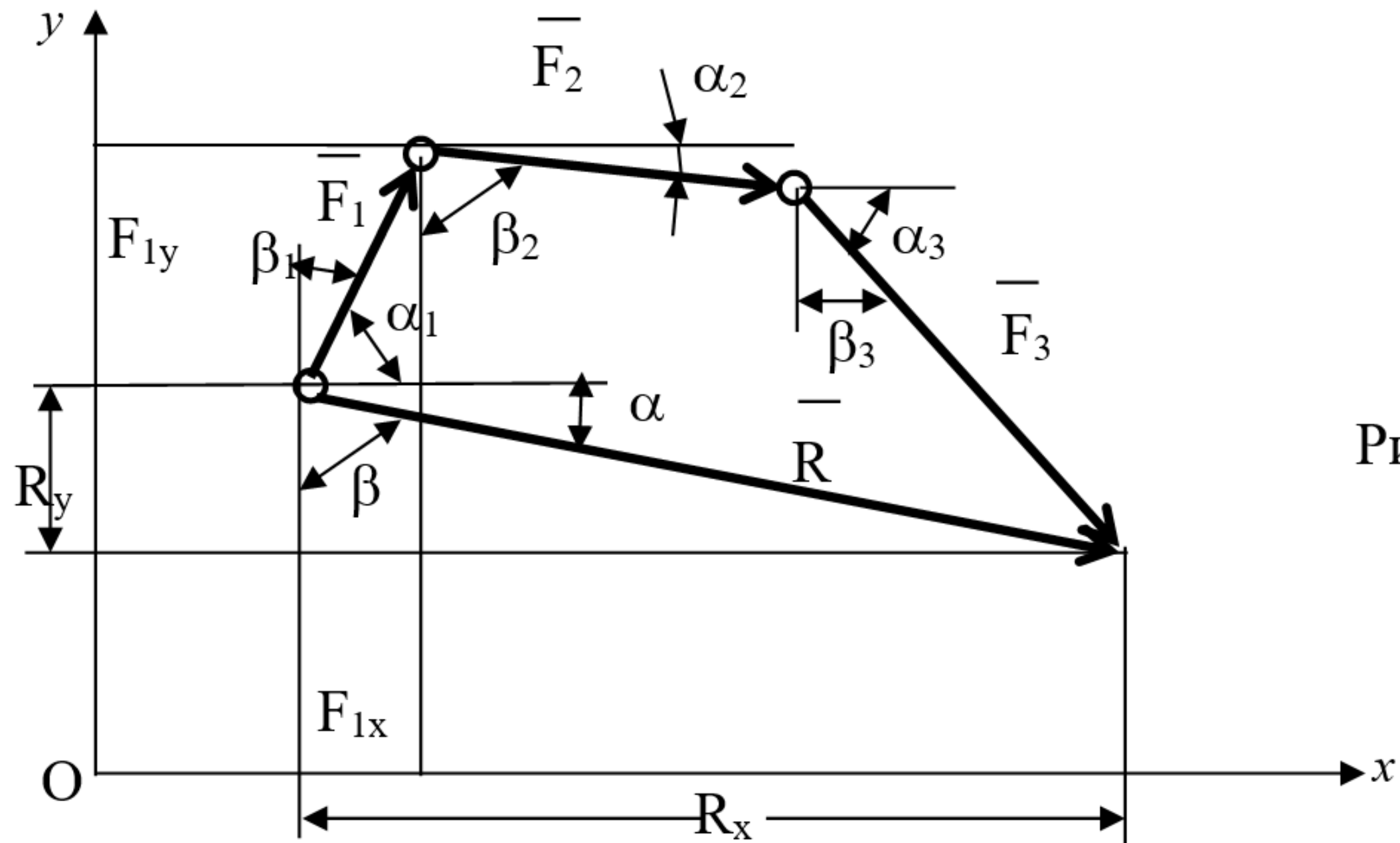


Рис. 3

Аналитический метод сложения сходящихся сил. Проектируя векторное равенство $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{R}$ на оси координат, получим два алгебраических равенства:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = R_x$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = R_y$$

ИЛИ

$$F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3 = R \cos \alpha$$

$$F_1 \cos \beta_1 + F_2 \cos \beta_2 + F_3 \cos \beta_3 = R \cos \beta$$

Отсюда определим значение равнодействующей всех сходящихся сил:

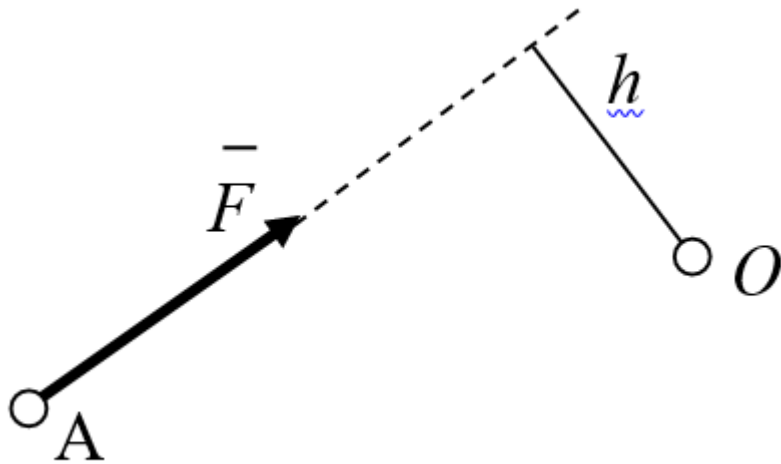
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

и направление вектора \vec{R} :

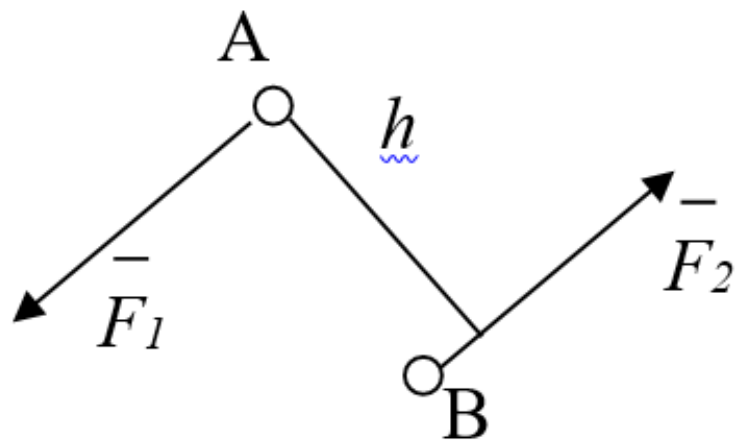
$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}$$

Условием равновесия системы сходящихся сил является равенство модуля равнодействующей R , т.е. силовой многоугольник должен быть замкнутым (при геометрическом способе сложения) или, аналитически, проекции равнодействующей силы на оси координат должны быть равны нулю ($R_x = R_y = 0$). Отсюда для плоской системы сходящихся сил получим два *уравнения равновесия* этих сил:

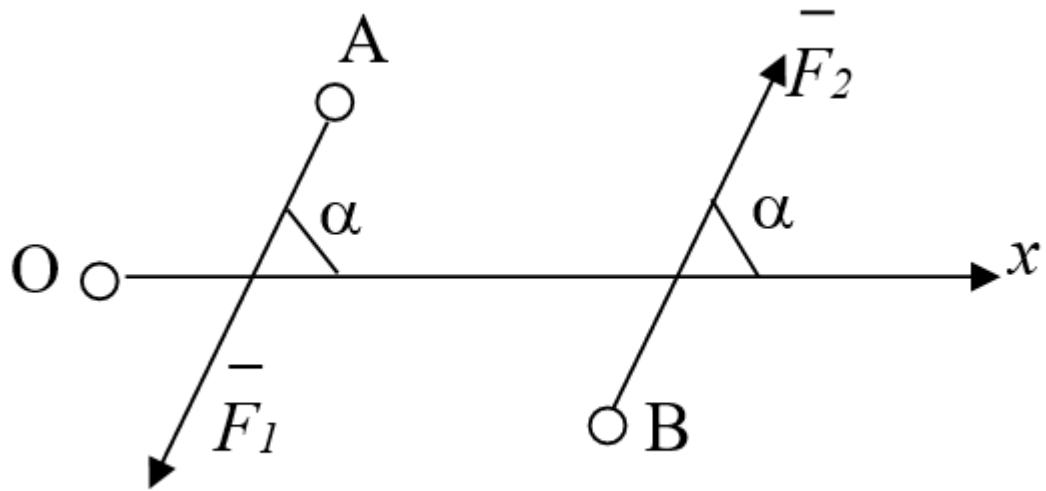
$$\sum F_{ix} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0.$$



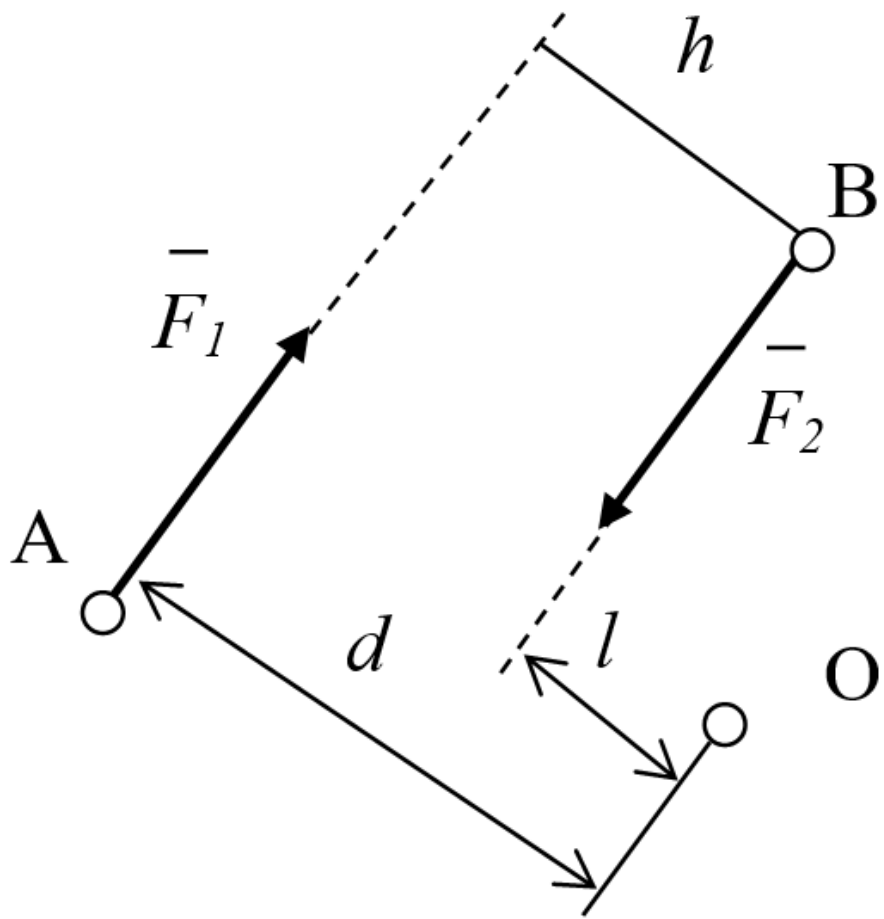
- Моментом силы F относительно некоторого центра O называется величина, равная произведению силы на кратчайшее расстояние от точки O до линии действия силы и взятая с соответствующим знаком
- Знак «плюс» соответствует моменту силы, которая стремится повернуть тело вокруг точки O против хода часовой стрелки, а знак «минус» - если сила стремится повернуть тело по направлению движения часовой стрелки
- Если линия действия силы проходит через точку, то момент силы относительно этой точки равен нулю
- Перпендикуляр, опущенный из точки O на линию действия силы F , называется ее **плечом относительно центра O**



- Система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил, приложенных к телу в двух разных точках, называется парой сил
- **Плечом пары** h называется кратчайшее расстояние между линиями действия сил, составляющих пару.
- **Моментом пары сил** называется взятое со знаком «плюс» или «минус» произведение модуля одной из сил на плечо пары

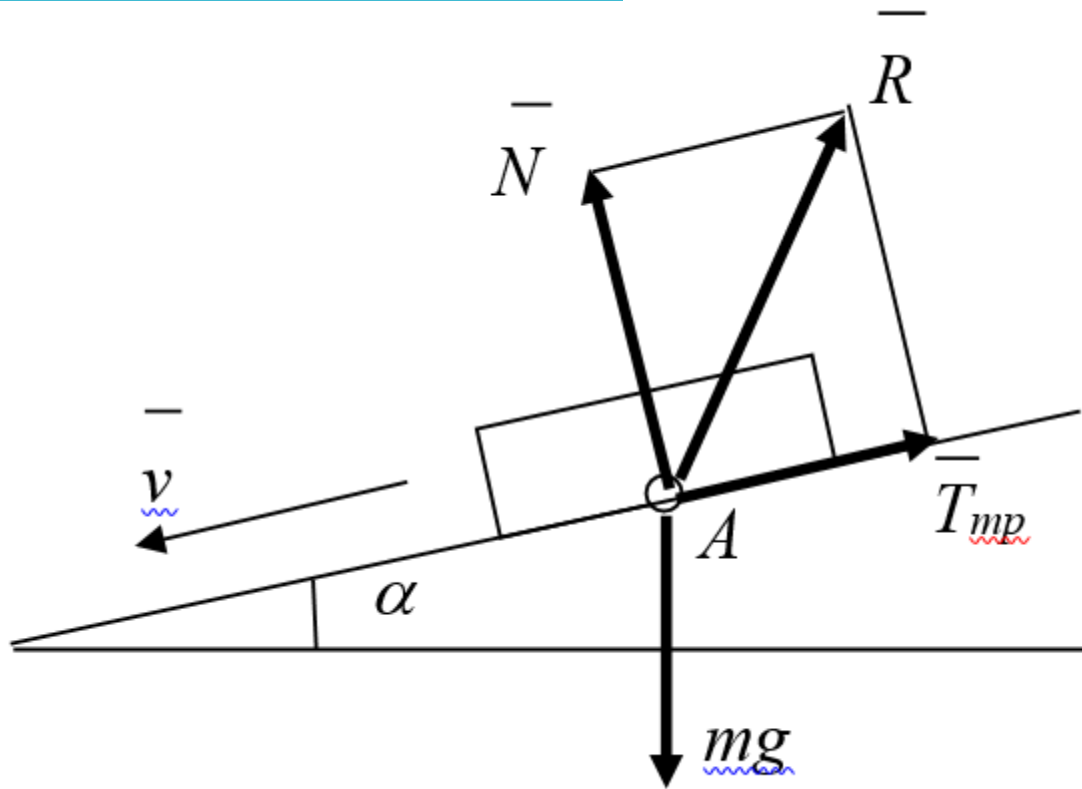


- 1. Сумма проекций на любую ось сил, образующих пару, равняется нулю :
- $F_2 \cos \alpha - F_1 \cos \alpha = 0$.
- Следовательно, пару сил нельзя заменить равнодействующей



- 2. Сумма моментов сил, образующих пару, относительно любой точки плоскости, в которой расположена пара, равняется моменту пары:
- $M_O(F_1) = -F_1 d = -Fd$
- $M_O(F_2) = +F_2 l = +Fl$
- $M_O(F_1) + M_O(F_2) = -Fd + Fl = -(d - l)F = -Fh$

Законы трения



- Сила трения направлена в сторону, противоположную относительной скорости скольжения.
- Сила трения не зависит от площади трущихся поверхностей.
- Модуль силы трения пропорционален нормальному давлению

Различают силу трения при покое и при движении:

$F_{\text{тр}} \leq f_0 N$ – сила трения покоя;

$F_{\text{тр}} \leq f N$ – сила трения при движении,

где N – сила нормального давления, f_0 – коэффициент трения покоя, f – коэффициент трения при движении.

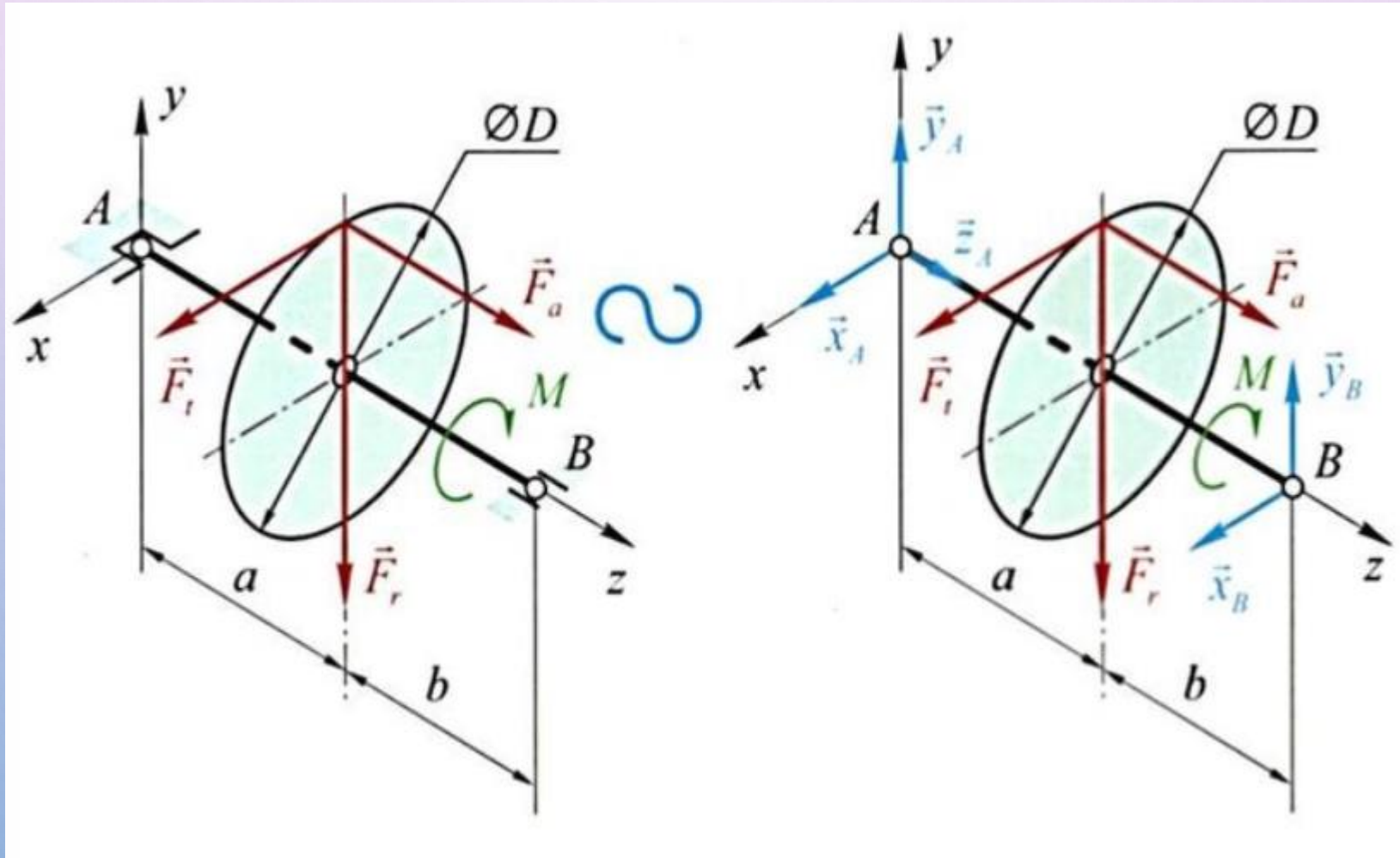
Максимальная величина сил трения

$$F_{\text{тр max}} = f_0 N$$

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

- 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ**
- 2. ТЕОРЕМА О ПРИВЕДЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ К
ЗАДАННОМУ ЦЕНТРУ**
- 3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА И
ГЛАВНОГО МОМЕНТА**
- 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ
СИЛ**

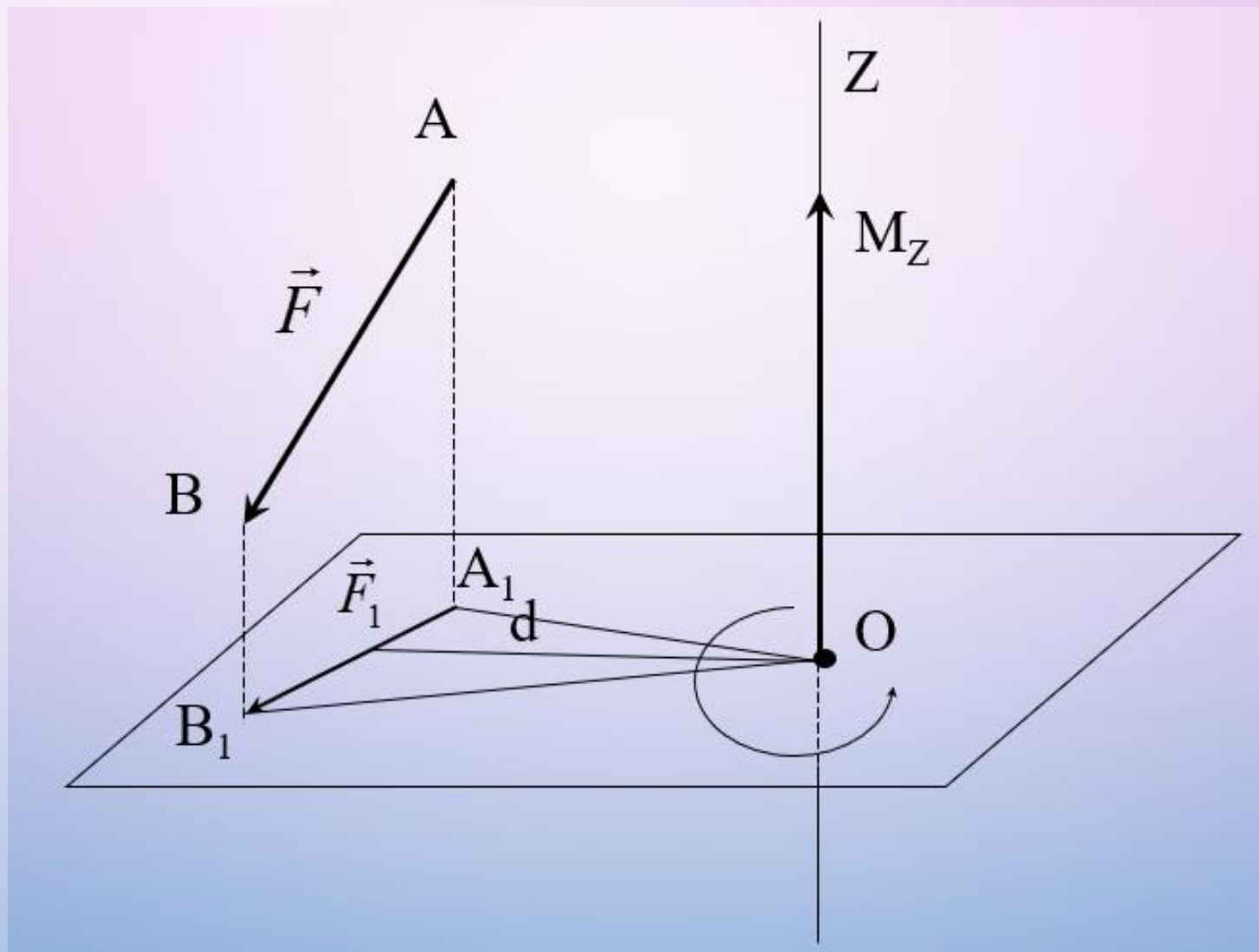
**ПРОСТРАНСТВЕННОЙ БУДЕМ НАЗЫВАТЬ СИСТЕМУ СИЛ, ЛИНИИ
ДЕЙСТВИЯ КОТОРЫХ ИМЕЮТ ЛЮБЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ В
ПРОСТРАНСТВЕ**



ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ – ЭТО ТАКАЯ СИСТЕМА СИЛ,
ЛИНИИ ДЕЙСТВИЯ КОТОРЫХ ЛЕЖАТ В РАЗНЫХ ПЛОСКОСТЯХ.

- ЕСЛИ ЛИНИИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ ПЕРЕСЕКУТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ, ТО ОНА БУДЕТ НАЗЫВАТЬСЯ **ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМОЙ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ.**
- ЕСЛИ ЛИНИИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ НЕ ПЕРЕСЕКУТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ, ТО ОНА БУДЕТ НАЗЫВАТЬСЯ **ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМОЙ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ.**

**МОМЕНТОМ СИЛЫ
ОТНОСИТЕЛЬНО
ОСИ НАЗЫВАЕТСЯ
МОМЕНТ
ПРОЕКЦИИ ЭТОЙ
СИЛЫ НА
ПЛОСКОСТЬ
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУ
Ю К ДАННОЙ ОСИ.**



Момент силы относительно оси равен нулю в двух случаях:

1. Линия действия силы параллельна оси;
2. Линия действия силы пересекает ось.

Главный вектор и главный момент

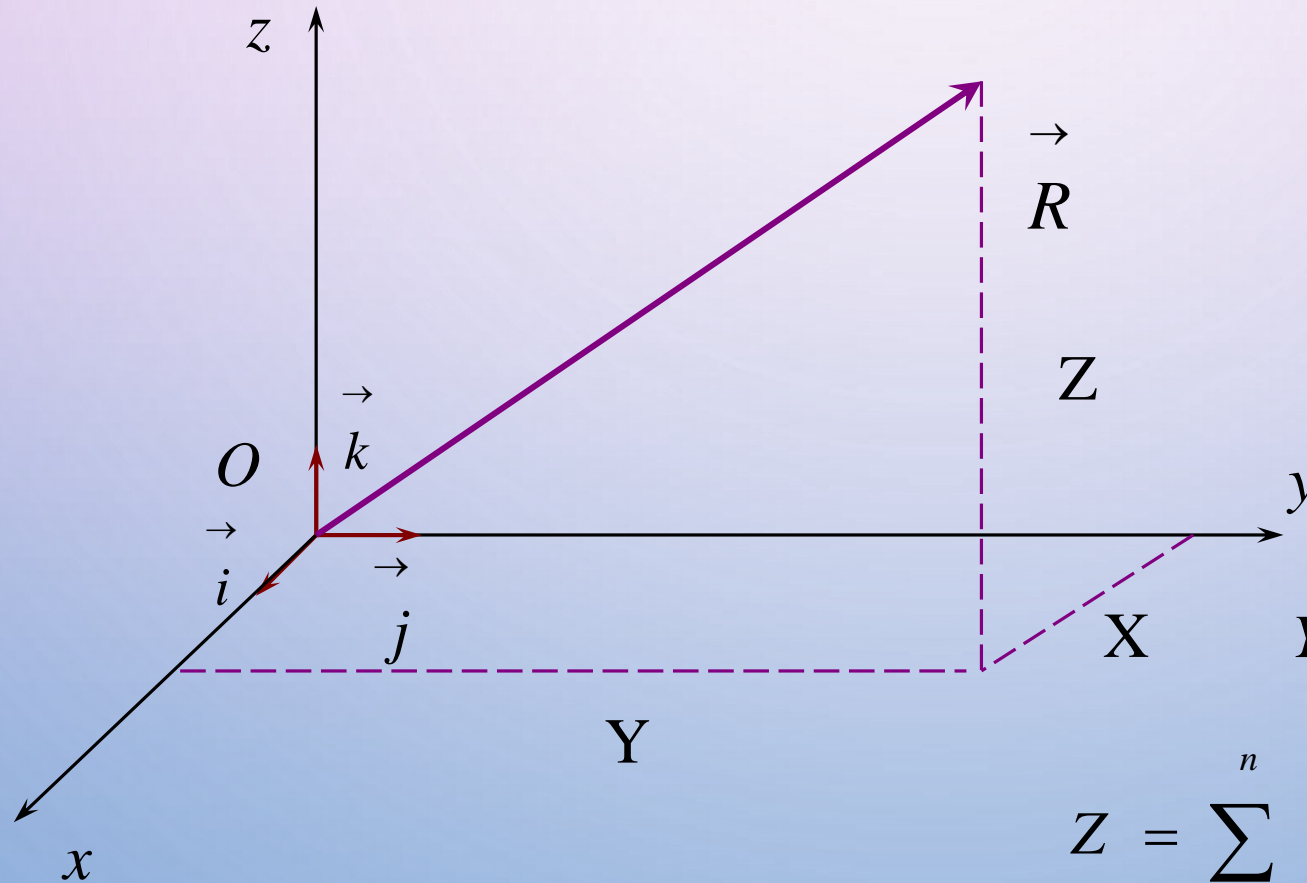
Главным вектором называется геометрическая сумма всех сил, действующих на отдельные точки механической системы.

$$\vec{R} = \sum_{v=1}^n \vec{F}_v$$

Главным моментом называется геометрическая сумма моментов сил, приложенных ко всем точкам механической системы, или, обозначая, главный момент через \vec{M} , запишем:

$$\vec{M} = \sum_{v=1}^n \vec{r}_v \times \vec{F}_v$$

ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА СИЛЫ
ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ МЕТОДОМ ПРОЕКЦИЙ.



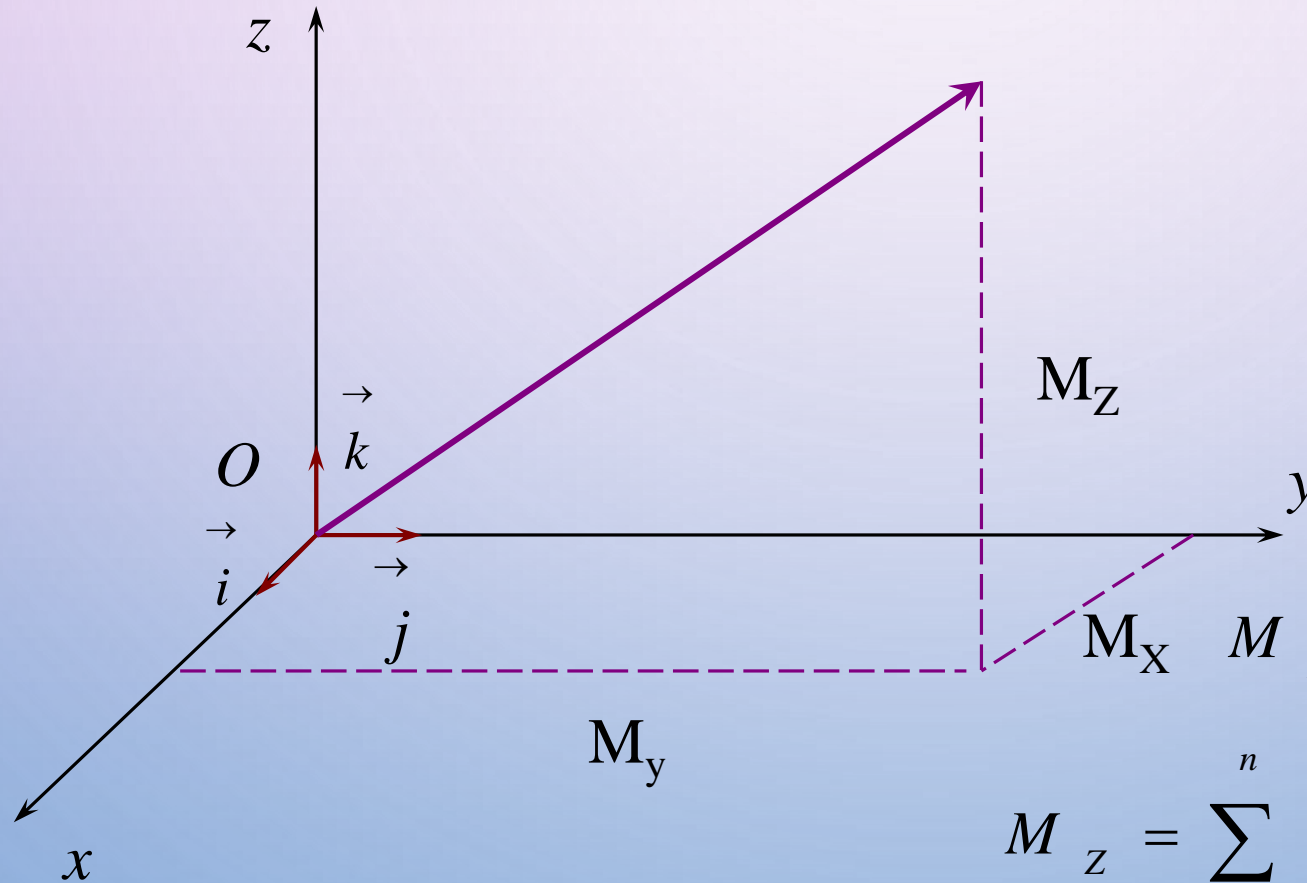
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i$$

АНАЛОГИЧНО ВЕКТОР ГЛАВНОГО МОМЕНТА



$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{0i}$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n M_{x_i}$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n M_{y_i}$$

$$M_z = \sum_{i=1}^n M_{z_i}$$

Проекции вектора момента силы на ось численно равны *моменту силы относительно оси*:

$$M_x(\vec{F}) = M_x = y \cdot F_z - z \cdot F_y;$$

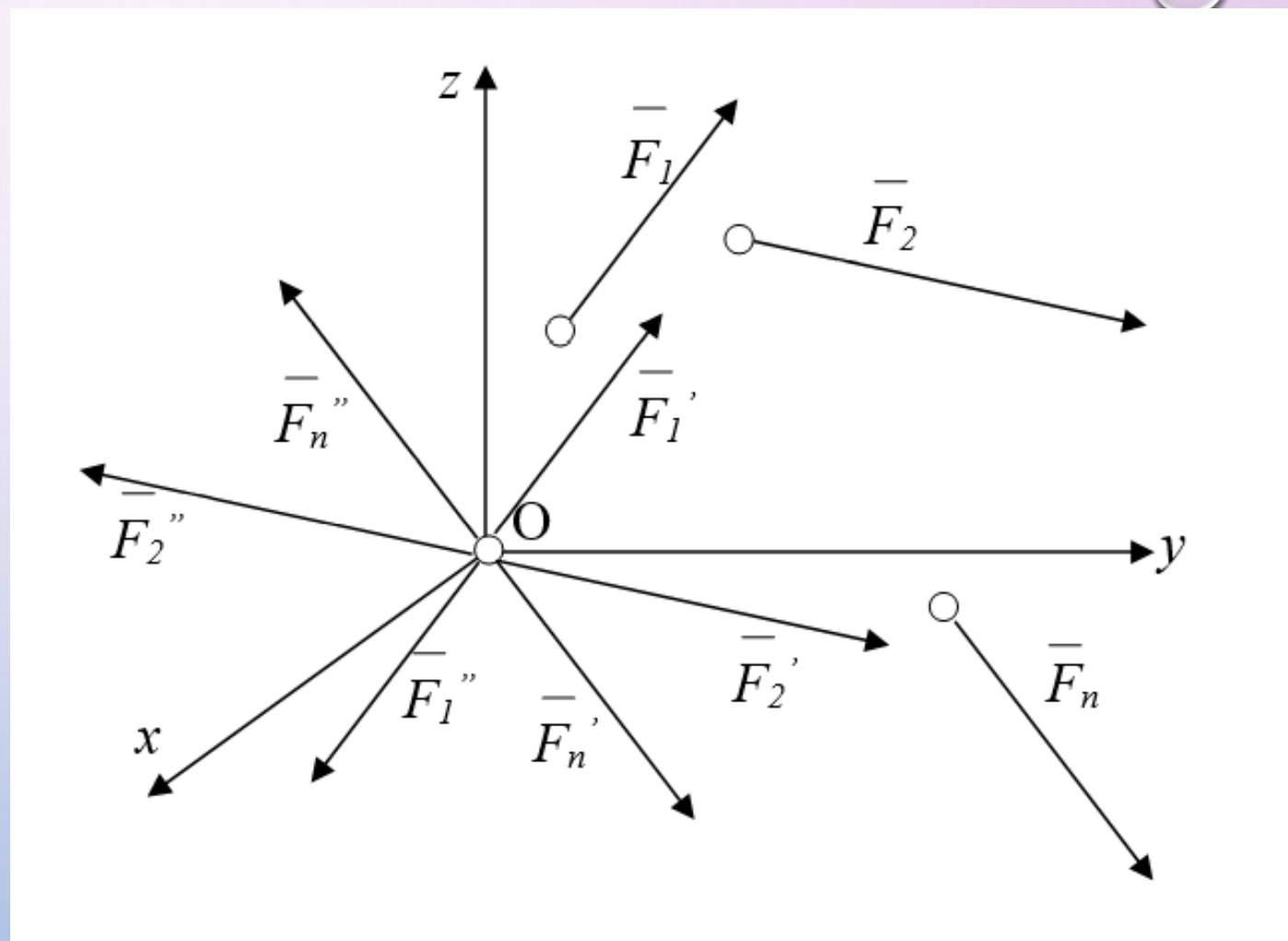
$$M_y(\vec{F}) = M_y = z \cdot F_x - x \cdot F_z;$$

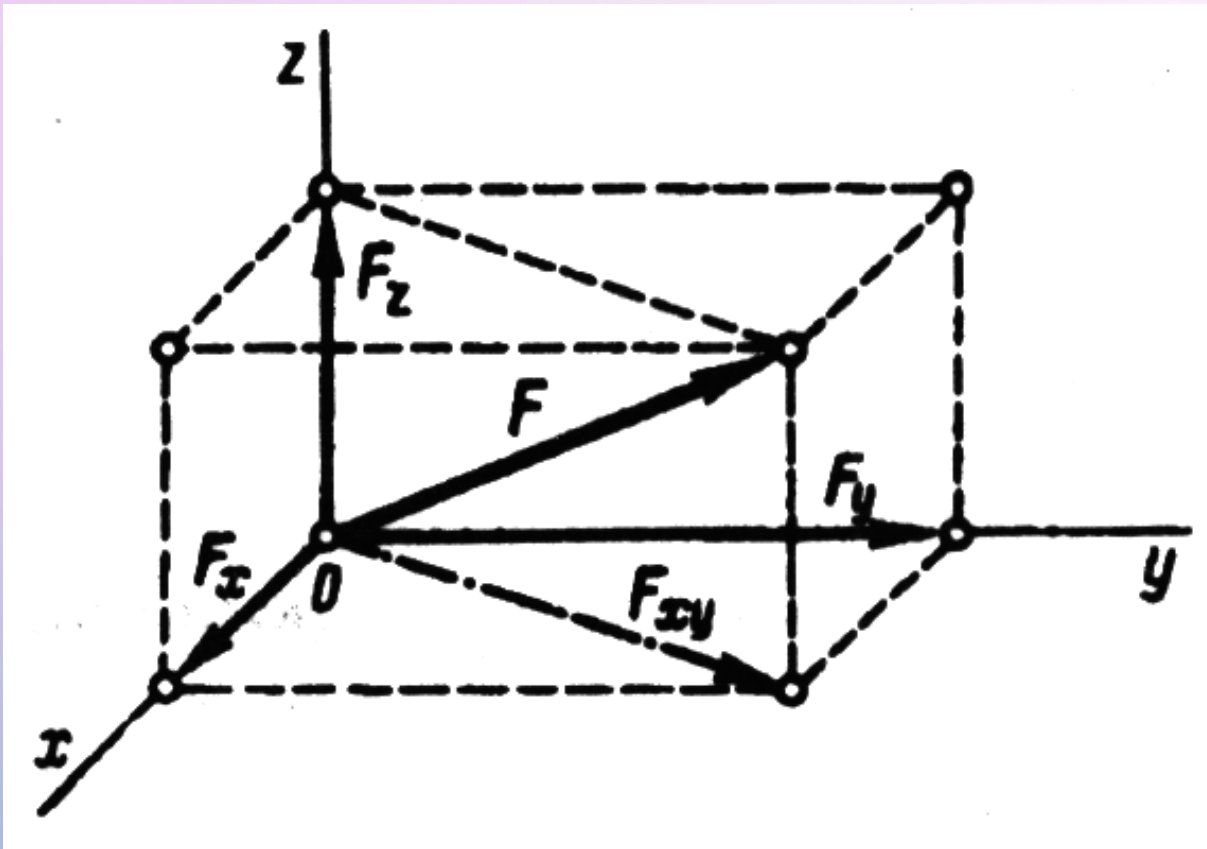
$$M_z(\vec{F}) = M_z = x \cdot F_y - y \cdot F_x;$$

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Первые три уравнения являются аналитическим выражением для определения моментов силы относительно осей координат.

- ВСЯКАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА АБСОЛЮТНО ТВЕРДОЕ ТЕЛО, МОЖЕТ БЫТЬ ЗАМЕНЕНА ОДНОЙ СИЛОЙ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИ РАВНОЙ СУММЕ ВСЕХ ДЕЙСТВУЮЩИХ СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ В ПРОИЗВОЛЬНО ВЫБРАННОМ ЦЕНТРЕ, И ВЕКТОРОМ-МОМЕНТОМ, РАВНЫМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СУММЕ МОМЕНТОВ ВСЕХ СИЛ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА ПРИВЕДЕНИЯ





■ Построить геометрически равнодействующую можно с помощью параллелепипеда.

$$\vec{F}_{\Sigma} = \sum \vec{F}_i$$

- РАССЧИТАТЬ РАВНОДЕЙСТВУЮЩУЮ МОЖНО С ПОМОЩЬЮ ПРОЕКЦИЙ НА ОСИ X, Y И Z.

$$\vec{F}_{\Sigma} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

Доказательство. Пусть на твердое тело действует система сил, произвольно расположенная в пространстве. За центр приведения выбираем произвольную точку O . приложим к этой точке уравновешенную систему сил: $\bar{F}'_1 = -\bar{F}''_1; \dots; \bar{F}'_n = -\bar{F}''_n$, причем $\bar{F}'_1 = \bar{F}_1, \dots, \bar{F}'_n = \bar{F}_n$. Заменим сходящуюся систему сил равнодействующей $\bar{R} = \bar{F}'_1 + \bar{F}'_2 + \dots + \bar{F}'_n$. Затем вычислим моменты всех оставшихся сил относительно точки O . Моменты сил $\bar{F}''_1, \bar{F}''_2, \dots, \bar{F}''_n$ относительно центра O равны нулю, так как их плечо равно нулю. Векторы-моменты заданных сил относительно центра приведения будут равны:

$$\bar{M}_O(\bar{F}_1) = \bar{m}_1;$$

$$\bar{M}_O(\bar{F}_2) = \bar{m}_2;$$

$$\bar{M}_O(\bar{F}_n) = \bar{m}_n;$$

Найдем геометрическую сумму этих векторов и получим главный вектор-момент:

$$\bar{M}_O = \sum_{i=1}^n \bar{M}_O(\bar{F}_i) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_i.$$

Таким образом, на твердое тело теперь действует одна сила \bar{R} и один момент \bar{M}_O , т.е. система пространственных сил, произвольно расположенных, сведена к одной результирующей силе \bar{R} и одному результирующему моменту \bar{M}_O . Теорема доказана.

Главный вектор \bar{R} и главный момент \bar{M}_O были найдены геометрическим путем (построением векторных многоугольников). Для пространственной система сил их проще определить аналитически. Принимаем центр приведения за начало координат. Тогда, проектируя на оси координат векторные равенства, получаем:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix};$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy};$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz};$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n m_{ix};$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n m_{iy};$$

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_{iz};$$

Необходимыми и достаточными условиями равновесия произвольной пространственной системы сил является равенство нулю главного вектора и главного момента:

$$\bar{R} = 0;$$

$$\bar{M}_O = 0.$$

Поскольку $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0$, то R_x, R_y, R_z должны быть равны нулю.

Аналогичное рассуждение справедливо и для главного момента.

Следовательно, для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n M_x(\bar{F}_i) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n M_y(\bar{F}_i) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n M_z(\bar{F}_i) = 0;$$

Практическое занятие №1

Решение задач статики различными методами

Цель: научиться составлять уравнение равновесия сил; определять величину сходящихся сил и сил трения; момента силы.

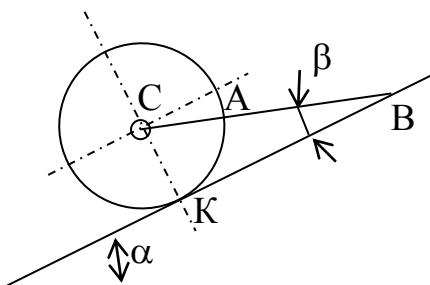
Обеспечение занятия

1. Задание для самостоятельной работы.
2. Задачи для закрепления учебного материала.
3. Л.И. Вереина Техническая механика. – М.: ИРПО, 2000.

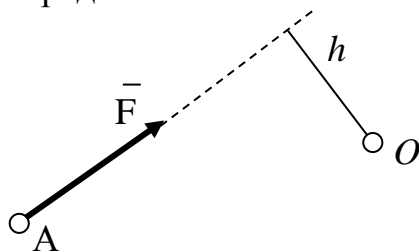
Содержание задания

Задание №1.

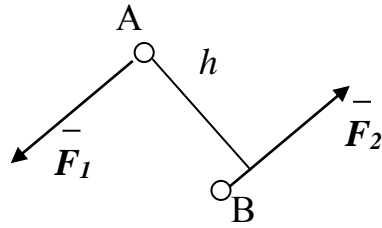
1. Определить реакции связей шара, удерживаемого нитью AB на наклонной плоскости с углом подъема α . Нить образует с наклонной плоскостью угол β . $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $mg = 60\text{Н}$.



2. Определите момент силы \vec{F} относительно точки O . $F = 5\text{Н}$, $h = 2\text{м}$.

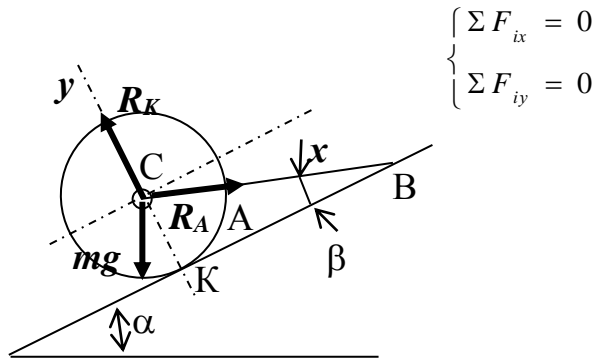


3. Определите момент пары сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 относительно точки O . $F_1 = 4\text{Н}$, $h = 2\text{м}$.



Методические указания по выполнению задания №1

1. *Аналитический метод.* На шар действует сила тяжести $m\bar{g}$, приложенная в центре шара; \bar{R}_K – реакция наклонной плоскости, направленная перпендикулярно ей, и \bar{R}_A – реакция нити, направленная вдоль нее, т.е. по линии AB . За начало координат примем точку C (центр шара), ось x – проведем параллельно наклонной плоскости, а ось y – перпендикулярно к ней, определим проекции сил на оси и составим уравнения.



$$\begin{cases} \Sigma F_{ix} = 0 \\ \Sigma F_{iy} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A \cdot \cos \beta - mg \cdot \sin \alpha = 0 \\ R_K - R_A \cdot \sin \beta - mg \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Решив уравнения, легко найти значения R_A и R_K .

Графический метод. Под действием трех сил шар неподвижен, значит система сил уравновешена и линии действия этих трех сил пересекаются в одной точке C – центре шара, а, следовательно, силовой многоугольник должен быть замкнутым. Из произвольной точки O откладываем вектор, равный силе $m\bar{g}$, от конца $m\bar{g}$ откладываем вектор, равный силе \bar{R}_A , а затем

вектор, равный силе \vec{R}_K . Если углы α и β построены по транспортиру, а при построении вектора $m\vec{g}$ соблюден масштаб, то задача решена графически.

2. **Моментом силы F** относительно некоторого центра O называется величина, равная произведению силы на кратчайшее расстояние от точки O до линии действия силы и взятая с соответствующим знаком. Знак «плюс» соответствует моменту силы, которая стремится повернуть тело вокруг точки O против хода часовой стрелки, а знак «минус» - если сила стремится повернуть тело по направлению движения часовой стрелки. Если линия действия силы проходит через точку, то момент силы относительно этой точки равен нулю.

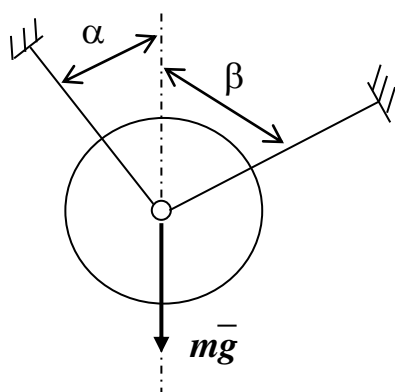
Таким образом, $M_O(F) = F \cdot h$

3. **Моментом пары сил** называется взятое со знаком «плюс» или «минус» произведение модуля одной из сил на плечо пары.

Таким образом, $M_O(F_1, F_2) = F_1 \cdot h$

Задание №2. Решите предложенные задачи.

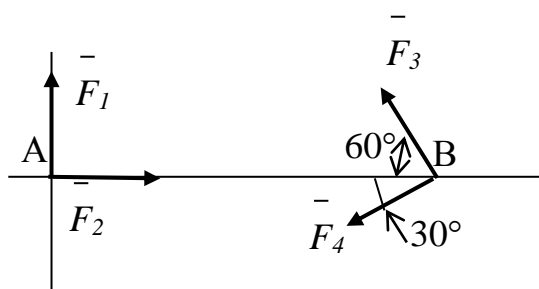
1. Определить натяжение нитей, удерживающих тело весом 5Н в равновесии двумя способами. Угол $\alpha = 30^\circ$, угол $\beta = 60^\circ$.



2. Определить момент силы \vec{F} относительно точки O . $\vec{F} = 8\text{Н}$; $h = 4\text{м}$.

3. К концам отрезка длиной 1м приложены две параллельные силы по 100Н, направленные в противоположные стороны. Как изменится момент этой пары, если каждую силу повернуть по ходу часовой стрелки на 60° ?

4. К двум точкам тела приложены четыре силы. Привести эти силы к точке A , а затем найти их равнодействующую. $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3 = \vec{F}_4 = 5H$. $AB = 2\text{м}$.



Практическое занятие №2

Определение центра тяжести твердого тела

Цель: научиться определять величину момента силы относительно оси; центр тяжести твердого тела.

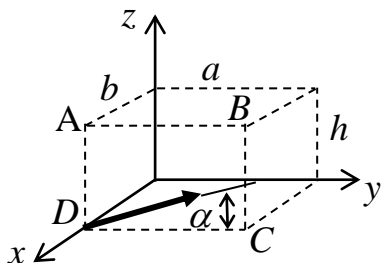
Обеспечение занятия

1. Задание для самостоятельной работы.
2. Задачи для закрепления учебного материала.
3. Л.И. Вереина Техническая механика. – М.: ИРПО, 2000.

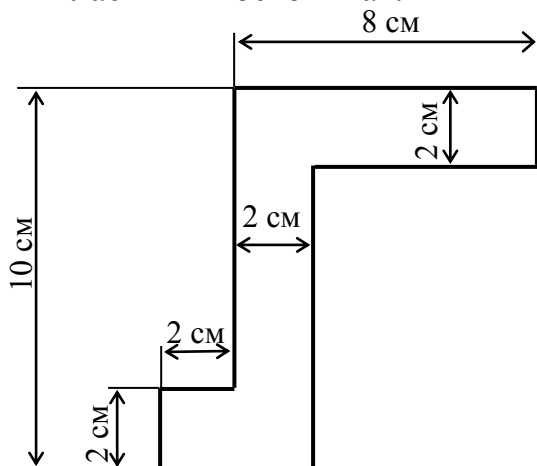
Содержание задания

Задание №1.

1. Определить момент силы $\bar{Q} = 400 \text{ Н}$ относительно осей; $a=1\text{м}$; $b=0,7\text{м}$; $h=1,2\text{м}$; $\alpha=30^\circ$.



2. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, толщина пластины постоянная.



Методические указания по выполнению задания №1

1. *Моментом силы относительно оси* называется алгебраическая (скалярная) величина, равная моменту проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. Знак «плюс» или «минус» ставится в зависимости от того, в какую сторону поворачивается плечо вектором проекции, если смотреть на плоскость проекции со стороны положительного направления оси; при стремлении вектора проекции повернуть плечо против хода часовой стрелки момент считают положительным и наоборот.

Определим моменты силы \bar{Q} относительно осей координат:

1. Относительно оси x : $M_x(\bar{Q}) = 0$, так как сила \bar{Q} пересекает ось x .
2. Относительно оси y : $M_y(\bar{Q}) = -Q \cdot \cos \alpha \cdot b \cdot \operatorname{tg} \alpha = -Q \cdot b \cdot \sin \alpha = -140 \text{ Н} \cdot \text{м}$
3. Относительно оси z : $M_z(\bar{Q}) = +Q \cdot \cos \alpha \cdot b = 242,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$

2. Для плоской фигуры площадью S , имеющей одинаковую толщину h , элементарные объемы V_i можно выразить через элементарные площади S_i : $V_i = h \cdot S_i$. Координаты центра тяжести этой фигуры определяются следующим образом:

$$x_c = \frac{\sum S_i x_i}{S} \qquad y_c = \frac{\sum S_i y_i}{S} \qquad z_c = \frac{\sum S_i z_i}{S}$$

- Поскольку однородная пластина имеет одинаковую толщину, то можно воспользоваться формулами для определения центра тяжести площади.
- Разбиваем пластинку на три простейшие геометрические фигуры, координаты центров тяжести которых известны.
- Выбираем систему координат, как указано на чертеже (рис.1).

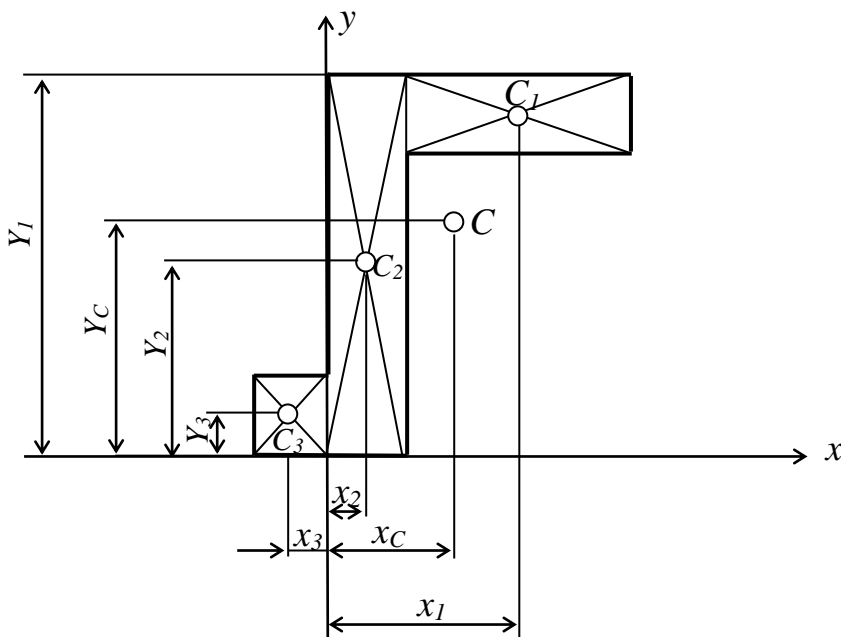


Рис.1

- Заносим в таблицу 1 результаты вычислений; каждому прямоугольнику соответствует одна строка таблицы.

- Суммируем S_i , $S_i \cdot x_i$, $S_i \cdot y_i$ и записываем результаты в нижней строке.

- Вычисляем координаты центра тяжести пластинки:

$$x_c = \frac{\sum S_i \cdot x_i}{S} = \frac{76}{36} = 2,1 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{\sum S_i \cdot y_i}{S} = \frac{212}{36} = 5,9 \text{ см}$$

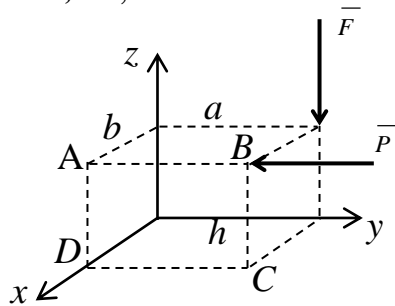
- По вычисленным координатам центра тяжести пластины строим ее центр тяжести С.

Таблица 1

Номер элемента	$S_i, \text{см}^2$	$x_i, \text{см}$	$y_i, \text{см}$	$S_i \cdot x_i, \text{см}^2$	$S_i \cdot y_i, \text{см}^2$
1	12	5	9	60	108
2	20	1	5	20	100
3	4	-1	1	-4	4
Σ	36			76	212

Задание №2. Решите предложенные задачи.

1. Определить момент сил $\bar{F} = 200 \text{ Н}$; $\bar{P} = 300 \text{ Н}$ относительно осей; $a=1\text{м}$; $b=0,7\text{м}$; $h=1,2\text{м}$; $\alpha=30^\circ$.



2. Определить центр тяжести сечения вала диаметром 12 см, в котором высверлено отверстие диаметром 2 см.

